МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ)
ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
В Г. ТАГАНРОГЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ
ПИ (филиал) ДГТУ в г. Таганроге

Методические рекомендации

для выполнения практических занятий
по дисциплине ЕН.02 Математика
для обучающихся II курса СПО
по специальности
22.02.06 «Сварочное производство»

Таганрог
2018 г.

Лист согласования

Методические рекомендации учебной дисциплины разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности (специальностям) среднего профессионального образования (далее - СПО) 22.02.06 «Сварочное производство».

Разработчик(и):

«28» 08 2018 г. ____________ С.А. Моторина

Методические рекомендации для выполнения практических занятий рассмотрены и одобрены на заседании цикловой (предметной) комиссии «ОГСЭ и ЕН»

Протокол № 1 от «28 08 2018 г.

Председатель цикловой методической комиссии ________ А.А. Борисова

Рецензенты:

ООО «Теплосервис»	начальник бюро сварки	Д.С.Печерский
АО «Красный Гидропресс»	главн. технолог	А.Г.Венченко

СОГЛАСОВАНО:

Зам. директора по УМР ____________ Д.И. Стратан

«30» 08 2018 г.

Зав. УМО ____________ Т.В. Воловская

«30» 08 2018 г.

Пояснительная записка

Всесторонняя подготовка специалистов – это не только приобретение знаний, но и выработка умений применять знания на практике и в жизни. Целями привития умений и навыков служат практические занятия.

Задачами практических занятий являются:

- расширение, углубление и детализация научных знаний, полученных на лекциях;
- повышение уровня усвоения учебного материала;
- привитие умений и навыков;
- развитие научного мышления и речи обучающихся;
- проверка и учет знаний;
- развитие познавательной активности.

Все эти задачи должны быть направлены на достижение конечной цели – всестороннего развития личности будущего специалиста.

Методические рекомендации для выполнения практических занятий

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях обучающийся не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если обучающийся видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

Подготовка к практическим занятиям

Основой для подготовки обучающихся ко всем видам практических занятий являются разрабатываемые планы занятий. В них перечисляются вопросы для изучения, приводится перечень основной и дополнительной литературы, а также называются методические пособия, призванные оказывать помощь обучающимся в организации самостоятельной работы по данной теме.

Одним из видов практических занятий, являются практические работы. Практические работы проводятся для формирования умений и навыков и направлены на обучение конкретной деятельности. В ходе практических работ обучающиеся овладевают умениями работать с нормативными документами, справочниками, составляют чертежи, схемы, таблицы и решают задачи (в соответствии с содержанием общеобразовательных дисциплин).

К каждой практической работе разрабатываются инструкции. Инструкции содержат методические рекомендации, а также конкретные практические задания. Расчеты обучающиеся проводят по вариантам, что обеспечивает их самостоятельность в работе и позволяет преподавателю выявлять отстающих, проводить с ними индивидуальную работу.

Преподаватель осуществляет контроль за работой каждого обучающегося, помогает тем из них, кто в этом нуждается, дает индивидуальные консультации.

В результате самостоятельного поэтапного решения предложенных заданий, обучающиеся получают достаточно полное представление о практическом использовании изученного лекционного материала.

Практические работы обучающийся оформляют в отдельных тетрадях, пастой синего цвета.

Критерии оценивания практических работ

Процент результативности (правильных ответов)	Качественная оценка индивидуальных образовательных достижений	
	балл (отметка)	вербальный аналог
86-100	5	отлично
66-85	4	хорошо
50-65	3	удовлетворительно
менее 50	2	неудовлетворительно

При оценке знаний, умений и навыков обучающихся следует учитывать все ошибки (грубые и негрубые) и недочеты.

Классификация ошибок

Грубыми считаются ошибки:

- незнание определения основных понятий, законов, правил, основных положений теории, незнание формул, общепринятых символов обозначений величин, единиц их измерения;
- незнание наименований единиц измерения;
- неумение выделить в ответе главное;
- неумение применять знания, алгоритмы для решения задач;
- неумение делать выводы и обобщения;
- неумение читать и строить графики;
- неумение пользоваться первоисточниками, учебником и справочниками;
- вычислительные ошибки, если они не являются опиской;
- логические ошибки.

К **негрубым ошибкам** следует отнести:

- неточность формулировок, определений, понятий, теорий, вызванная неполнотой охвата основных признаков определяемого понятия или заменой одного — двух из этих признаков второстепенными;
- нерациональный метод решения задачи или недостаточно продуманный план ответа (нарушение логики, подмена отдельных основных вопросов второстепенными);
- нерациональные методы работы со справочной и другой литературой;
- неумение решать задачи, выполнять задания в общем виде.

Недочетами являются:

- нерациональные приемы вычислений и преобразований;
- небрежное выполнение записей, чертежей, схем, графиков.

Практическое занятие №1
Повторение основных разделов дисциплины «Математика»

Цель занятия: повторение математики для изучения технических дисциплин.

Теоретическая часть:

Справочный материал по математике (имеется в кабинете «Математика», в количестве 30 единиц).

Практическая часть:

Вариант 1.

1. Вычислить: а) $\left(8\frac{3}{5}-6{,}3\right):7\frac{2}{3}*\frac{5}{6}$ б) $(2^2:2^{-2}-3^0)*9^{\frac{3}{2}}$
2. Упростить: а) $\left(3x^{\frac{1}{2}}-y\right)(3x^{\frac{1}{2}}+y)$ б) $1-\frac{8x}{(x-2)^2}$
3. Решить: а) $\frac{3}{x^2-1}=\frac{1}{2}-\frac{3}{2-2x}$ б) $8x-\frac{9x-5}{14}\le 9+\frac{6+5x}{21}$
   в) $(4x+3)^2-4(2x-1)^2=5-10(x+6)$
4. Построить график функции $y=-2x^2+7x-3$. При каких значениях x, y>0?
5. Задача: Огородный участок, имеющий форму прямоугольника, одна сторона которого на 10м больше другой, требуется обнести изгородью. Определить длину изгороди, если известно, что площадь участка равна 48 м^2.
6. Дано: правильная треугольная призма а = 6см, Н = 12 дм. Найти Sполн., V призмы.

Практическое занятие № 2
«Комплексные числа»

Цель занятие: изучить операции над комплексными числами в алгебраической и тригонометрической формах, применять комплексные числа для нахождения корней квадратного уравнения при Д < 0, решения кубических уравнений.

Теоретическая часть:

Действия над комплексными числами: сложение, вычитание, умножение и возведение в степень комплексных чисел можно выполнять по правилам этих действий над многочленами с заменой степени числа i.

Дано: $z_1=-2+5i$

$z_2=3-4i$

1. Сложение:
   $z_1+z_2=(-2+5i)+(3-4i)=1+i$
2. Вычитание:
   $z_1-z_2=(-2+5i)-(3-4i)=-5+9i$
3. Умножение:
   $$z_1*z_2=(-2+5i)*(3-4i)=-6+8i+15i-20i^2=14+23i$$
4. Деление:
   $$\frac{z_1}{z_2}=\frac{(-2+5i)}{(3-4i)}=\frac{(-2+5i)*(3+4i)}{(3-4i)*(3+4i)}=\frac{-6-8i+15i+20i^2}{9-16i^2}=\frac{-26+7i}{25}=-\frac{26}{25}+\frac{7}{25}i$$

5. Степени мнимой единицы:

$i^2 = -1$ $\qquad$ $i^{11} = i^{10} * i = (i^2)^5 * i = -i$

$i^3 = i^2 * i = -i$ $\qquad$ $i^{12} = (i^2)^6 * (1^6) = 1$

$i^4 = (i^2)^2 = (-1)^2 = 1$ $\qquad$ $i^{19} = i^{18} * i = (i^2)^9 * i = -i$

$i^5 = i^4 * i = i$

Практическая часть:

Вариант 1.

1. Представить рациональное число в виде десятичной дроби: $\frac{2}{5}$; $\frac{8}{11}$; $-\frac{3}{4}$; $8\frac{2}{7}$; $\frac{15}{99}$; $\frac{19}{42}$.
2. Показать, что числа $\sqrt{7}$; $\sqrt{19}$; $\sqrt{41}$; $\sqrt{23}$ иррациональные.
3. Выполнить действия над комплексными числами:

Дано: а) $z_1 = -3 + 4i$, $z_2 = -1 - 2i$ $\qquad$ б) $z_1 = 2 - 7i$, $z_2 = -5 + 9i$ $\qquad$ в) $z_1 = 0{,}5 - 1{,}3i$, $z_2 = 0{,}2 + 1{,}8i$

Найти: $z_1 + z_2$; $\qquad$ $z_1 - z_2$; $\qquad$ $z_1 \div z_2$ $\qquad$ $z_1 * z_2$;

4. Найти :

$(3i - 2)^2$; $\qquad$ $(1 - \sqrt{3i})^2$; $\qquad$ $(5 + 2i)^2$;

5.Вычислить:

1) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i\right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}i\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}i\right)$; $\qquad$ 2) $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$;

Практическое занятие №3
«Алгебра матриц. Обратная матрица»

Цель занятия: уметь выполнять операции над матрицами, строить обратную матрицу.

Теоретическая часть:

При сложении (вычитании) двух матриц одинаковой размерности надо сложить (вычесть) их соответствующие элементы.

$$C = 2A + 3B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 4 & 2 & -4 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & 6 & 8 \\ 9 & 6 & 3 \\ -3 & 6 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 & 2+6 & 4+8 \\ 4+9 & 2+6 & -4+3 \\ 0-3 & 2+6 & 2+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 8 & 12 \\ 13 & 8 & -1 \\ -3 & 8 & 11 \end{pmatrix}.$$

Найти матрицу $C = A^T + 2B$, если:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \\ 5 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение. Строим матрицу A^T, транспонированную матрице A, для чего в матрице A строки и столбцы поменяем местами.

$$A^T = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \quad 2B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 6 \\ -6 & 2 & -4 \\ 10 & -2 & 0 \end{pmatrix},$$

$$C=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 \\ -2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 & 4 & 6 \\ -6 & 2 & -4 \\ 10 & -2 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 10 \\ -8 & 1 & -3 \\ 10 & 0 & -3 \end{pmatrix}.$$

Найти произведение матрицы $A\cdot B$ и $B\cdot A$, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Решение. Матрицы можно перемножить только тогда, когда число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы.

$$A_{2\times3}\cdot B_{3\times2}=C_{2\times2}=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2\cdot0+1\cdot1+1\cdot(-1) & 2\cdot3+1\cdot5+1\cdot1 \\ 0\cdot0+3\cdot1+2\cdot(-1) & 0\cdot3+3\cdot5+2\cdot1 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 0 & 12 \\ 1 & 17 \end{pmatrix};$$

$$B_{3\times2}\cdot A_{2\times3}=D_{3\times3}=\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0\cdot2+3\cdot0 & 0\cdot1+3\cdot3 & 0\cdot1+3\cdot2 \\ 1\cdot2+5\cdot0 & 1\cdot1+5\cdot3 & 1\cdot1+5\cdot2 \\ -1\cdot2+1\cdot0 & -1\cdot1+1\cdot3 & -1\cdot1+1\cdot2 \end{pmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} 0 & 9 & 6 \\ 2 & 16 & 11 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$A\cdot B \neq B\cdot A.$$

Практическая часть:

Вариант 1.

Дано: A=$\begin{pmatrix} -1 & 3 & -4 \\ 2 & 0 & 8 \\ 4 & -6 & 11 \end{pmatrix}$ B=$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -6 \\ 1 & 4 & -9 \\ 5 & 8 & -3 \end{pmatrix}$

Найти: 2A−3B=?

A · B=?

B^{-1}=?

Практическое занятие № 4
«Элементы линейной алгебры»

Цель занятия: изучить основные понятия - матрица, определитель матрицы, алгебра матриц.

Теоретическая часть:

Правило построения обратной матрицы

1). Находим det A: если det $A \neq 0$, то матрица A невырожденная и для нее существует обратная, если det $A = 0$, то матрица A вырожденная и обратная матрица A^{-1} не существует.

2). Находим матрицу A^T, транспонированную к матрице A.

3). Заменяем каждый элемент матрицы A^T его алгебраическим дополнением.

4). Вычисляем обратную матрицу.

5). Проверяем правильность вычисления обратной матрицы.

Найти матрицу A^{-1} обратную матрице A, если

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}.$$

Решение.

1). Так как матрица A квадратная, она может иметь обратную.

2). Найдем определитель матрицы A:

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} = -2,$$

так как $\Delta \neq 0$, матрица A имеет обратную.

3). Строим матрицу A^T, транспонированную матрице A.

$$A^T = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

4). Каждый элемент матрицы A^T заменяем его алгебраическим дополнением:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 5; \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 5; \quad A_{13} = (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 3;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -1; \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{vmatrix} = 11; \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = -13; \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7;$$

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 11 & -13 & -7 \end{pmatrix}.$$

5). В формулу $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$ подставим найденные значения:

$A^{-1} = \dfrac{1}{-2} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 11 & -13 & -7 \end{pmatrix}$, полученная матрица A^{-1} является обратной матрице A.

6). Сделаем проверку: $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = E$.

$$-\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -5 & 5 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 11 & -13 & -7 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix} = -\frac{1}{2}\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Практическая часть:

Вариант 1.

1. Найти элемент c_{21} матрицы С, если С= 2В + 5А,

$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 1 & 4 & -4 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} -4 & 5 & 12 \\ 7 & -12 & 8 \\ 4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$

2. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ и $C=\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Найдите матрицу АС.
3. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 3 & -2 & -4 \\ 5 & -5 & 1 \\ -1 & 2 & 6 \end{vmatrix}$
4. Найти алгебраическое дополнение A_{31} определителя $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -4 & 1 & 5 \\ 5 & -2 & -2 \end{vmatrix}$
5. Чему равно значение x_1 в решении системы $\begin{cases} 3x_1 - x_2 - x_3 = 11 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -3? \end{cases}$

Практическое занятие № 5
«Производная и ее приложения»

Цель занятия: повторить и закрепить понятие производной, правила вычисления и приложение в практических задачах.

Теоретическая часть:

Признаки возрастания и убывания функции:

Теорема: Если дифференцируемая функция $y=f(x)$, где $x\in]a,b[$ возрастает на интервале $]a,b[$, то $f'(x_0)>0$ для любого $x \in]a, b[$.

Теорема: Если дифференцируемая функция $y=f(x)$, где $x\in]a,b[$ убывает на интервале $]a,b[$, то $f'(x_0)<0$ для любого $x\in]a,b[$.

5.2.Необходимое условие существования экстремума:

Теорема Ферма: Если точка x_0 является точкой экстремума функции $y=f(x)$ и в этой точке существует производная $f'(x_0)$, то $f'(x_0)=0$.

Достаточное условие существования экстремума:

Первое достаточное условие

Теорема 1. Пусть функция f(x) непрерывна в точке x0 и ее δ- окрестности имеет производную, кроме, быть может, самой точки x_0.

Тогда:

1. Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет знак с плюса на минус, то x_0 является точкой максимума.

2. Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 меняет знак с минуса на плюс, то x_0 является точкой минимума.

3. Если производная $f'(x)$ при переходе через точку x_0 не меняет знак , то в точке x_0 функция $f(x)$ не имеет экстремума.

Второе достаточное условие

Теорема 2. Если функция $y=f(x)$ определена и дважды дифференцируема в некоторой окрестности точки x, причем $f'(x_0)=0$, а $f''(x_0)\neq 0$, то в точке x_0 функция $f(x)$ имеет максимум, если $f''(x_0)<0$, и минимум, если $f''(x_0)>0$.

Первое правило нахождения экстремума:

1. Найдем первую производную функции $f'(x)$.
2. Приравняв ее к нулю, найдем критические точки.
3. Разобьем область определения критическими точками на промежутки и найдем знак производной на каждом промежутке.
4. Если при переходе через критическую точку знак производной меняется с + на -, то имеем максимум, если с – на +, то минимум, если знак не меняется, то экстремума нет.

Аналогично можно составить второе правило по второй производной.

Пример: Найти экстремум функции $y=1/3x^3-4x+2$

1. $y'=x^2-4$
2. $x^2-4=0$

$x^2=4,\ x_{1,2}=\pm 2$

3. y'(при $x=-3$) $= (-3)^2-4 = 5>0$

   y'(при $x=0$) $= 0-4 >0$

   y'(при $x=3$) $= (3)^2-4 = 5>0$

4. $x=-2$ max

   $y=1/3(-2)^3-4(-2)+2=71/3$

   $x=2$ min

   $y=1/3\cdot 2^3-4\cdot 2+2=-31/3$

Ответ: $max\ (-2;\ 71/3),\ min\ (2;\ -31/3)$

Практическая часть:

Вариант 1.

1. Найти производную функции:

1) $y=\dfrac{x^6}{3}-2\sqrt[3]{x^2}-\dfrac{3}{x^4}+0{,}7$; 2) $y=(e+2)\ln x$; 3) $y=\dfrac{1-\sin x}{1+\cos x}$; 4) $y=\ln(2x-e^{2x})$;

5) $y = tg\frac{x^2}{2}$.

2. Исследовать свойства функции и построить график: $y = \frac{1}{3} - 2x^2 - \frac{x^3}{3}$.

3. Точка движется прямолинейно по закону $S = \frac{t^3}{3} - \frac{t^2}{2} + 2$. Найдите скорость и ускорение движения точки на 5 секунде.

4. Составить уравнение касательной к кривой $y = 2x^3 + x^2 - 6x + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Практическое занятие № 6
«Приложение производной в решении технических задач»

Цель занятия: изучить приложение производной в решении практических задач.

Теоретическая часть:

Общая схема для построения графиков функций.

1. Найти область определения функции, область значений.
2. Выяснить, не является ли функция четной, нечетной или периодической.
3. Найти точки пересечения графика с осями координат.
4. Найти промежутки монотонности функции, ее экстремумы.
5. Найти промежутки выпуклости графика функции и точки перегиба.
6. Построить график, используя полученные результаты исследований.

Построить график функции $y=x^3-6x^2+9x-3$

1. $x \in]-\infty,+\infty[$, $y \in]-\infty,+\infty[$
2. Функция не является ни четной, ни нечетной, не периодичной
3. *OY:* $x=0$ $y=-3$ $(0; -3)$
4. Найдем экстремумы функции

$y'=3x^2-12x+9$

$3x-12x+9=0 \Rightarrow x_1=1 \quad x_2=3$ критические точки

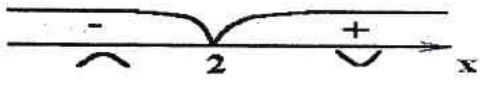
$\left.\begin{matrix} x=1 \\ y=1 \end{matrix}\right\} max$ $\qquad$ $\left.\begin{matrix} x=3 \\ y=-3 \end{matrix}\right\} min$

5. Найдем точку перегиба функции:

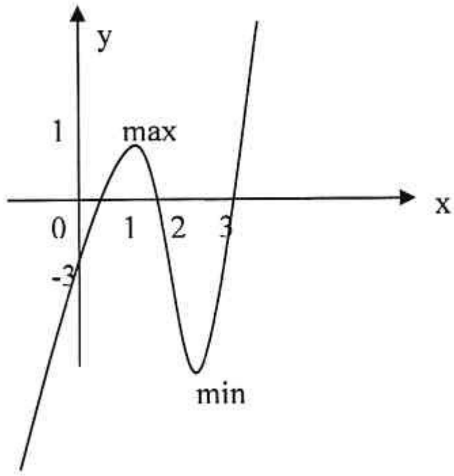
$y''=6x-12$

$6x-12=0 \quad \Rightarrow \quad x=2$ критическая точка

(2;1) – точка перегиба



6. Используя полученные результаты, строим искомый график:



Практическая часть:

Вариант 1.

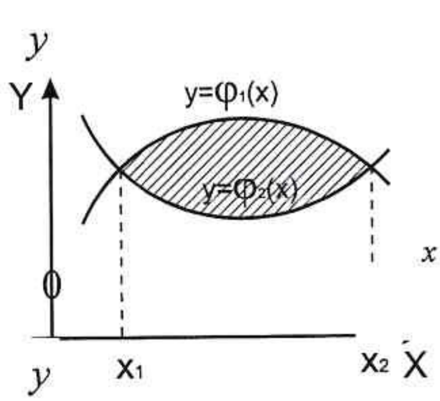
1) Два самолета летят в одной плоскости и прямолинейно под углом $120°$ и с одинаковой скоростью *V(км/час)*. В некоторый момент один самолет пришел в точку пересечения линий движения, а второй не дошел до нее на 800 *км*. Через сколько времени расстояние между самолетами будет наименьшим и чему равно это расстояние?
2) Резервуар ёмкостью в 4 $м^3$ с квадратным основанием, открытый сверху, нужно выложить оловом. Каковы должны быть размеры резервуара, чтобы израсходовать для этого минимальное количество олова?

Практическое занятие № 7
«Приложение определенного интеграла в решении технических задач»

Цель занятия: практическое приложение определенного интеграла в решении физических и технических задач.

Теоретическая часть:

Приложения определенного интеграла:
1. Вычисление площади плоской фигуры:
1.



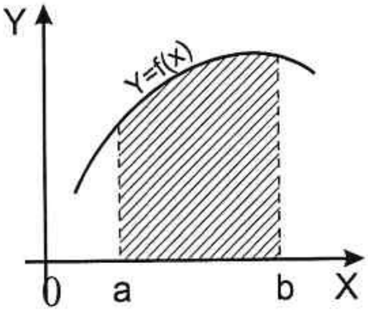
$y=\varphi_1(x)$ $y=\varphi_2(x)$

$$S_{фиг}=\int_{x_1}^{x_2}\left[\varphi_1(x)-\varphi_2(x)\right]dx$$

2.

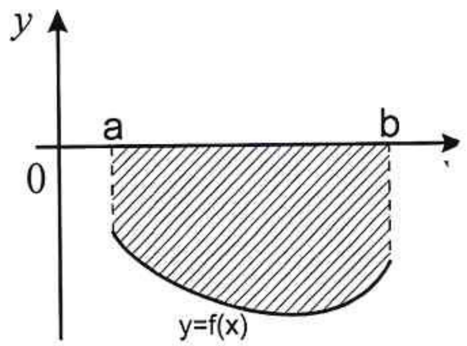
$y=f(x)$ $x=a$, $x=b$, $y=0$

$$S_{фиг}=\int_a^b f(x)dx$$



x

3.



y=f (x)   x=a,   x=b,   y=0

$$S_{фиг} = -\int_a^b f(x)dx$$

Вычисление пути, пройденного точкой:
Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью V=f(t) за промежуток времени [t_1, t_2], вычисляется по формуле: $S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)dt$

Вычисление работы силы.
Работа произведенная переменной силой *f(x)* при перемещении по оси *Ox* материальной точки от *x=a до x=b,* находится по формуле:

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

Практическая часть:

Вариант 1.

1. Вычислить площадь плоской фигуры, ограниченной линиями:
   $x - y + 3 = 0, x + y - 1 = 0, y = 0$
2. Скорость точки, движущейся прямолинейно, задана уравнением $v = 3t^2 - 2t + 5$ м/с. Найти путь за 4 секунду.
3. Задача: Вычислить работу, которую необходимо совершить, чтобы выкачать воду из резервуара, имеющую форму полушара, радиус 3м, наполненного доверху водой (плотность воды 10^3 кг/м^3).
4. Задача: Определить работу, которую нужно затратить, чтобы поднять массу 100 кг с поверхности земли на высоту 25 м (Сила F земного притяжения на расстоянии x от центра земли определяется из пропорции $F: mg = R^2: x^2$, где R- радиус земного шара.).

Практическое занятие № 8
«Дискретная случайная величина»

Цель занятия: изучить дискретные случайные величины, знать их основные числовые характеристики, уметь составить закон распределения дискретной случайной величины.

Теоретическая часть:

Закон распределения дискретной случайной величины представляет собой перечень всех её возможных значений и соответствующих вероятностей. Сумма всех вероятностей $\Sigma p_i=1$. Закон распределения также может быть задан аналитически (формулой) и графически (многоугольником распределения, соединяющим точки (x_i; p_i).

Если случайная величина X может принимать лишь конечное число различных значений $x_1, x_2, ..., x_n$, то элементарные события $X = x_1$, $X = x_2, ..., X = x_n$ образуют полную группу и поэтому сумма их вероятностей равна единице, т. е. $p_1 + p_2 + ...+ p_n = 1$.

Закон распределения такой величины может быть представлен в виде таблицы:

X	x_1	x_2	...	x_i	...	x_n
p	p_1	p_2	...	p_i	...	p_n

Задача 1. В студенческой группе организована лотерея. Разыгрываются две вещи стоимостью по 10 рублей и одна стоимостью 30 рублей. Составить закон распределения суммы чистого выигрыша для студента, который приобрел один билет за 1 рубль; всего продано 50 билетов.

Δ Искомая случайная величина X может принимать три значения: - 1 рубль (если студент не выиграет, а фактически проиграет 1 рубль, уплаченный им за билет); 9 рублей; 29 рублей (фактический выигрыш уменьшается на 1 рубль – на стоимость билета). Первому результату благоприятствуют 47 случаев из 50, второму – два, а третьему – один. Поэтому их вероятности таковы: $P(X = -1) = 47/50 = 0{,}94$; $P(X = 9) = 2/50 = 0{,}04$; $P(X = 29) = 1/50 = 0{,}02$. Закон распределения случайной величины X имеет вид

Сумма выигрыша	- 1	9	29
Вероятность	0,94	0,04	0,02

Функцией распределения случайной величины X называется функция F(x), выражающая для каждого x вероятность того, что случайная величина X примет значение, меньшее x.

$$F(x) = P(X < x).$$

Функцию $F(x)$ иногда называют интегральной функцией распределения или интегральным законом распределения.

Геометрически функция распределения интерпретируется как вероятность того, что случайная точка X попадает левее заданной точки x.

Пример. Дан ряд распределения случайной величины X:

x_i	1	4	5	7
p_i	0,4	0,1	0,3	0,2

Найти и изобразить графически ее функцию распределения.

Решение. Будем задавать различные значения x и находить для них $F(x)=P(X<x)$.

1. Если $x \le 1$, то, очевидно, $F(x)=0$ (в том числе и при $x=1$ $F(1)=P(x<1)=0$).
2. Пусть $1 < x \le 4$ ($x=2$); $F(x)=P(X=1)=0{,}4$. Очевидно, что и $F(4)=P(X<4)=0{,}4$.
3. Пусть $4 < x \le 5$ ($x=4{,}25$);

$$F(x) = P(X < x) = P(X = 1) + P(X = 4) = 0{,}4 + 0{,}1 = 0{,}5.$$

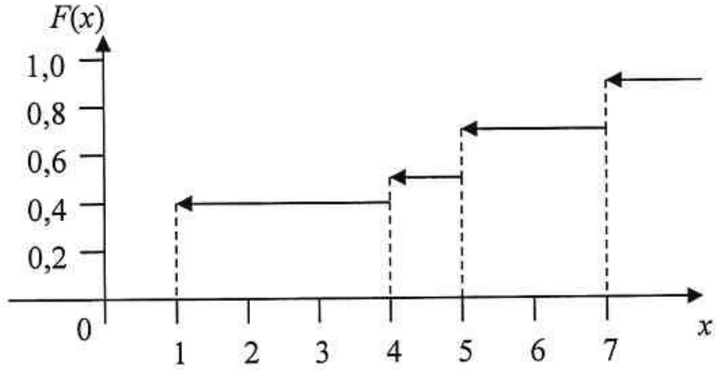
Очевидно, что и $F(5)=0{,}5$.

4. Пусть $5 < x \le 7$. $F(x) = [P(X = 1) + P(X = 4)] + P(X = 5) = 0{,}5 + 0{,}3 = 0{,}8$.

   Очевидно, что и $F(7)=0{,}8$,
5. Пусть $x > 7$. $F(x) = [P(X = 1) + P(X = 4) + P(X = 5)] + P(X = 7) = 0{,}8 + 0{,}2 = 1$.

Изобразим функцию $F(x)$ графически.

$$\text{Итак, } F(x) = \begin{cases} 0 & при \quad x \le 1, \\ 0,4 & при \quad 1 < x \le 4, \\ 0,5 & при \quad 4 < x \le 5, \\ 0,8 & при \quad 5 < x \le 7, \\ 1,0 & при \quad x > 7. \end{cases}$$



Практическая часть:

Вариант 1.

1. Найти основные числовые характеристики ДСВ, зная закон ее распределения:

X	-2	0	1	3	5
P	0,12	0,28	0,15	0,27	0,18

2. Стрелок ведет стрельбу по цели с вероятностью попадания при каждом выстреле 0,2. За каждое попадание он получает 5 очков, а в случае промаха очков ему не начисляют. Составить закон распределения числа очков, полученных стрелком за 3 выстрела, и вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.

Практическое занятие № 9
«Статистический ряд распределения, основные числовые характеристики»

Цель занятия: изучить статистический ряд распределения выборки, знать их основные числовые характеристики, уметь составить закон распределения выборки, уметь построить график функции.

Теоретическая часть:

Задача 1. Выборка задана в виде распределения частот:

x_i	4	7	8	12	17
n_i	2	4	5	6	3

Найти распределение относительных частот и основные характеристики вариационного ряда.

Решение. Объем выборки: n=2+4+5+6+3=20. Относительные частоты равны $W_1 = \frac{2}{20} = 0.1$; $W_2 = \frac{4}{20} = 0.2$; $W_3 = \frac{5}{20} = 0.25$; $W_4 = \frac{6}{20} = 0.3$; $W_5 = \frac{3}{20} = 0.15$.

Контроль: 0,1+0,2+0,25+0,3+0,15=1. Искомое распределение относительных частот имеет вид:

x_i	4	7	8	12	17

n_i	0,1	0,2	0,25	0,3	0,15

$M_0 = 12$ Число вариант в данном случае нечетно, $k = 2 * 2 + 1$, поэтому медиана $n_e = x_3 = 8$. Размах варьирования R=17-4=13

2.Эмпирическая функция распределения

Пусть n_x- число наблюдений, при которых наблюдалось значение признака X, меньшее x. При объеме выборки, равном n, относительная частота события X<x равна $\frac{n_x}{n}$.

Определение 1. Функция, определяющая для каждого значения x относительную частоту события X<x,

$$F*(x) = \frac{n_x}{n}$$

называется эмпирической функцией распределения, или функцией распределения выборки.

Свойства эмпирической функции:

1) Значение F*(x) принадлежат отрезку [0.1];
2) F*(x) является неубывающей функцией;
3) Пусть x_m и x_m- соответственно, минимальная и максимальная варианты, тогда F*(x)=0 при $x \leq x_m$ и F*(x)=1 при $x \geq x_m$

Сама же функция f*(x) служит для оценки теоретической функции распределения F(x) генеральной совокупности.

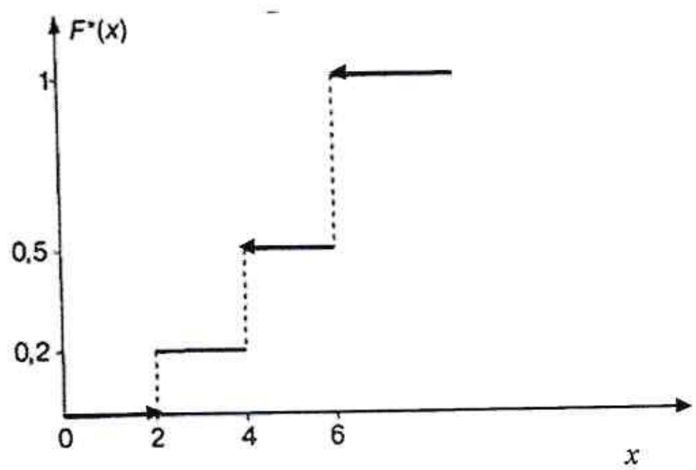
Задача 2. Построить эмпирическую функцию по заданному распределению выборки.

x_i	2	4	6
n_i	10	15	25

Решение. Находим объем выборки: n=10+15+25=50. Наименьшая варианта равна 2, поэтому F*(x)=0 при $x \leq 2$. Значение X<4 (или $x_1 = 2$) наблюдалось 10 раз, значит $F*(x) = \frac{10}{50} = 0.2$ при 2<x<4. Значения X<6 (а именно $x_1 = 2$ при $x_2 = 4$) наблюдались 10+15=25 раз, значит, при 4<x<6 функция $F*(x) = \frac{25}{50} = 0{,}5$. Поскольку x=6 – максимальная варианта, то F*(x)=1 при x>6. Напишем формулу искомой эмпирической функции:

$$F*(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0{,}2, & 2 < x \leq 4 \\ 0{,}5, & 4 < x \leq 6, \\ 1, & x > 6 \end{cases}$$

График этой функции:



Практическая часть:

Вариант 1.

По данному распределению выборки найдите $\overline{x_B}$, $D_в, \sigma_в$ и дайте оценки генеральных совокупностей.

1.

X_1	**1**	**4**	**8**	**9**
n_1	**5**	**10**	**15**	**20**

2.

X_1	**1**	**3**	**5**	**7**
n_1	**8**	**12**	**16**	**14**

Зачетное практическое занятие № 10

Цель занятия: проверка степени освоения изученного материала, приложение изученного материала в решении практических задач.

Теоретическая часть:

Методическая разработка «Математика 3 семестр по специальности 15.02.08 «Технология машиностроения»».

Практическая часть:

Вариант 1.

1. Какие существуют произведения матриц A= (4 -1 -5) и B= $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$?
2. Найти алгебраическое дополнение A_{12} матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$
3. Найти производную функции: $y = \dfrac{4}{x^2} + 16x^2 - 2\sin x$
4. Найти экстремумы функции: $y = (x+1)^3(5-x)$
5. Найти площадь фигуры, ограниченной прямыми: x-y-5=0; y=0 и 2x-3y-6=0.
6. Найти частное решение уравнения: x^2 dy-2 y^3 dx=0, если при x=-1 y=1.
7. В урне 10 красных, 8 синих шаров, наудачу извлекли 3 шара. Какова вероятность, что шары одного цвета?
8. По данным выборки постройте гистограмму частот, эмпирическую функцию распределения и ее график, найдите основные числовые характеристики выборки: 45,4; 51,4; 56,5; 47,8; 53,5; 47,2; 49,7; 48,3; 45,9; 51,3; 54,9; 54,8; 56,3; 56,4; 53,4; 53,9; 45,8; 57,4; 54,8; 48,7; 46,3; 49,6; 58,6; 54,7;

Используемая литература

№	Автор	Название	Издательство	Гриф издания	Год издания	Кол-во в библиотеке	Наличие на электронных носителях	Электронные учебные пособия
1	2	3	4	5	6	7	8	9
3.2.1 Основная литература								
3.2.1.1	В.П. Григорьев	Элементы высшей математики	ОИЦ Академия		2016	25	-	-
3.2.1.2	В.В. Бардушкин, А.А. Прокофьев	Математика. Элементы высшей математики: учебник: в 2 т. Т. 1	М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М		2017	-	-	http://znanium.com/catalog/product/615108
3.2.1.3	В.Г. Шершнёв	Математический анализ учебное пособие	М. : ИНФРА-М		2013	-	-	http://znanium.com/bookread2.php?book=342089
3.2.2 Дополнительная литература								
3.2.2.1.	Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов	Теория вероятностей и математическая статистика : учебник	М.: ФОРУМ : ИНФРА-М, 240 с.		2017			http://znanium.com/catalog/product/760157
3.2.2.2	М.С. Спирина, М.А Спирин	Теория вероятностей и математическая статистика, сборник задач	М.: ОИЦ Академия		2016	25		-
3.2.3 Периодические издания								
3.2.3.1	-	-	-	-	-	-	-	-
3.2.4 Практические (семинарские) и (или) лабораторные занятия								
3.2.4.1						-	-	-
3.2.5 Курсовая работа (проект)								
3.2.5.1								
3.2..6 Контрольные работы								
3.2.6.1								
3.2.7 Программно-информационное обеспечение, Интернет-ресурсы								